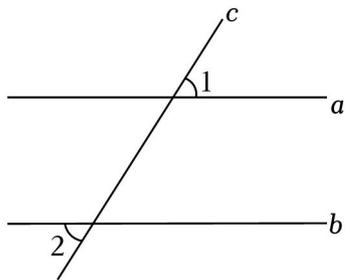




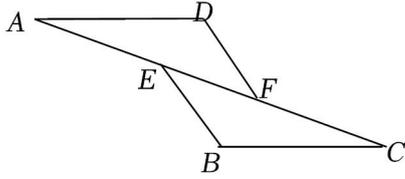
2023-2024 学年广西南宁八年级（上）开学数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中只

1. (3 分) 如果温度上升 3°C 记作 $+3^{\circ}\text{C}$ ；那么，温度下降 4°C 记作 ()
- A. -3°C B. $\pm 4^{\circ}\text{C}$ C. 4°C D. -4°C
2. (3 分) 下列调查适合做抽样调查的是 ()
- A. 神舟十四号卫星发射前的零件检查
- B. 旅客上飞机前的安检
- C. 调查全国中学生目前的视力状况
- D. 调查某校七（1）班学生的身高情况
3. (3 分) 下列每组数分别是三根小木棒的长度，用它们能摆成三角形的是 ()
- A. 13, 11, 20 B. 3, 7, 10 C. 6, 8, 16 D. 3, 3, 7
4. (3 分) 方程组 $\begin{cases} x=4y \\ x+2y=-12 \end{cases}$ 的解是 ()
- A. $\begin{cases} x=-4, \\ y=-1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-8, \\ y=-2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=4, \\ y=-8 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-4, \\ y=1 \end{cases}$
5. (3 分) 点 $P(-2, -3)$ 向左平移 1 个单位，再向上平移 3 个单位 ()
- A. $(-3, 0)$ B. $(-1, 6)$ C. $(-3, -6)$ D. $(-1, 0)$
6. (3 分) 把方程 $2x - y = 1$ 改写成用含 x 的式子表示 y 正确的是 ()
- A. $y = 2x - 1$ B. $y = -2x + 1$ C. $x = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}$ D. $x = \frac{1}{2}y + 1$
7. (3 分) 如图, $a \parallel b$. $\angle 1 = 58^{\circ}$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. 58° B. 112° C. 120° D. 132°
8. (3 分) 若 $a < b$, $c < 0$, 则下列结论正确的是 ()
- A. $-a < -b$ B. $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ C. $a+c > b+c$ D. $ac^2 < bc^2$
9. (3 分) 如图, 已知 $AF = CE$, $BE \parallel DF$, 能判定 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ 的是 ()



- A. $\angle AFD = \angle CEB$ B. $AD \parallel CB$ C. $AE = CF$ D. $AD = BC$

10. (3分) 把一张形状是多边形的纸片剪去其中某一个角，剩下的部分是一个四边形，则这张纸片原来的形状不可能是 ()

- A. 六边形 B. 五边形 C. 四边形 D. 三角形

11. (3分) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-a > 0, \\ 4-2x \geq 0 \end{cases}$ 无解，则 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 2$ B. $a < 2$ C. $a \geq 2$ D. $a \leq 2$

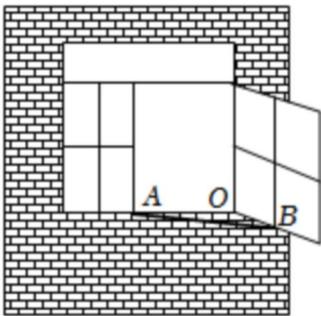
12. (3分) 已知 $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{1+3} = 2$, $\sqrt{1+3+5}$, $\sqrt{1+3+5+7} = 4 \dots$, 依上述规律, $\sqrt{1+3+5+7+\dots+2013+2015} =$ ()

- A. 2013 B. 2015 C. 1007 D. 1008

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分.)

13. (2分) 81 的平方根是 _____.

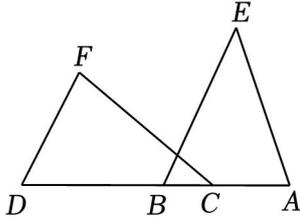
14. (2分) 如图, 窗户打开后, 用窗钩 AB 可将其固定, 窗户摆动把玻璃打碎, 这里所运用的几何原理是 _____.



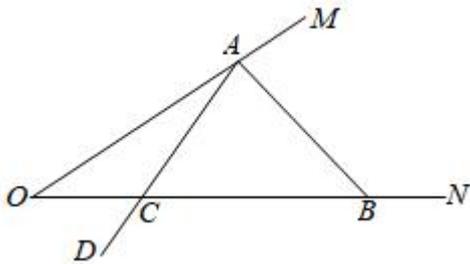
15. (2分) 在平面直角坐标系中, 点 $A(3, a)$, 点 $B(7, 5)$, 则 $a =$ _____.

16. (2分) 一个 n 边形的每一个内角都是 140° , 则 n 等于 _____.

17. (2分) 如图, 点 A, C, B, D 在同一条直线上, $\angle A = \angle F$, $AB = FD$. 若 $\angle FCD = 30^\circ$, 则 $\angle DBE$ 的度数为 _____ $^\circ$.



18. (2分) 在一个三角形中, 如果一个角是另一个角的3倍, 这样的三角形我们称之为“灵动三角形”. 例如, 40° , 20° 的三角形是“灵动三角形”. 如图 $\angle MON=40^\circ$, 过点 A 作 $AB \perp OM$ 交 ON 于点 B , 以 A 为端点作射线 AD (规定 $0^\circ < \angle OAC < 60^\circ$). 当 $\triangle ABC$ 为“灵动三角形”时, $\angle OAC$ 的度数为 _____.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 72 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

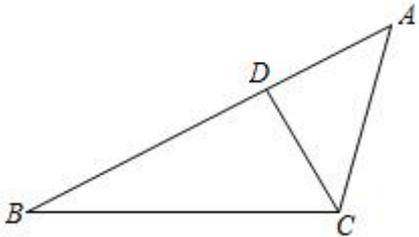
19. (6分) 计算: $|1 - \sqrt{3}| - \sqrt{9} + \sqrt[3]{-8}$.

20. (6分) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x-1 < 3 \\ \frac{x+1}{2} - x \leq 0 \end{cases}$$
 并把它的解集在数轴上表示出来.

21. (10分) 如图, 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上, 且 $\angle ACD = \angle A$.

(1) 作 $\angle BDC$ 的平分线 DE , 交 BC 于点 E . (要求: 尺规作图, 保留作图痕迹, 但不必写出作法);

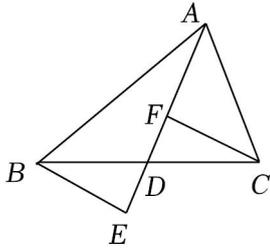
(2) 在 (1) 的条件下, 求证: $DE \parallel AC$.



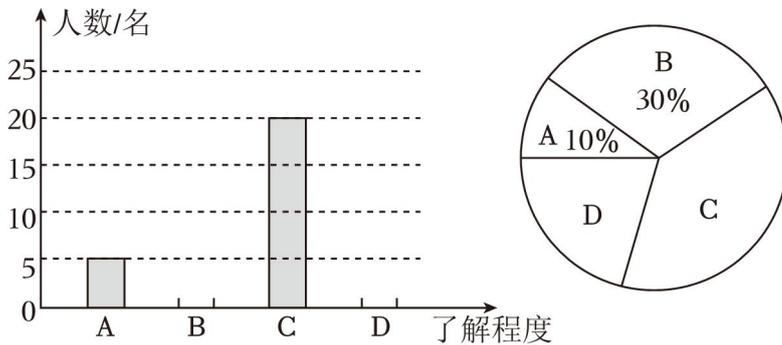
22. (10分) 如图, $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, E , 连接 BE , CF

(1) 求证: $\triangle BDE \cong \triangle CDF$;

(2) 若 $AE=13$, $AF=7$, 试求 DE 的长.



23. (10分) 为促进体育教育, 提高学生身体素质, 某校针对学生对体育知识的了解程度进行了一次抽样调查统计; A. 不了解 B. 一般了解; C. 了解较多, D. 熟悉; 绘制了如下两幅不完整的统计图. 请你根据图中提供的信息回答以下问题:



- (1) 这次被调查的学生共有多少名?
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 求出扇形统计图中“了解较多”部分所对应的圆心角度数;
- (4) 该中学初中共有 1200 名学生, 估计对体育知识了解程度为“熟悉”的学生大约有多少.

24. (10分) 我们在小学已经学习了“三角形内角和等于 180° ”. 在三角形纸片中, 点 D , E 分别在边 AC , 将 $\angle C$ 沿 DE 折叠, 点 C 落在点 C' 的位置.

- (1) 如图 1, 当点 C 落在边 BC 上时, 若 $\angle ADC' = 58^\circ$ $\angle C =$ _____, 可以发现 $\angle ADC'$ 与 $\angle C$ 的数量关系是 _____;
- (2) 如图 2, 当点 C 落在 $\triangle ABC$ 内部时, $\angle ADC' = 20^\circ$ 且 $\angle BEC' = 42^\circ$, 求 $\angle C$ 的度数;
- (3) 如图 3, 当点 C 落在 $\triangle ABC$ 外部时, 若设 $\angle BEC'$ 的度数为 x , $\angle ADC'$ 的度数为 y ; 请求出 $\angle C$ 与 x, y 之间的数量关系.

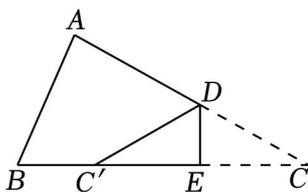


图1

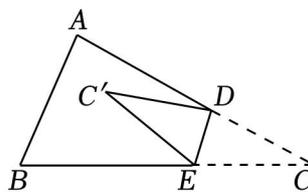


图2

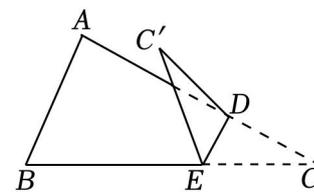


图3

25. (10分) 某商场在“双11”前准备从供货商家处新选购一批商品, 已知按进价购进1件甲种商品和2件乙种商品共需320元, 购进3件甲种商品和2件乙种商品共需520元.

(1) 求甲、乙两种商品每件的进价分别是多少元?

(2) 若甲种商品的售价为每件120元, 乙种商品的售价为每件140元, 该商场准备购进甲、乙两种商品共50件, 且这两种商品全部售出后总利润不低于1350元, 不高于1375元. 若购进甲种商品 m 件, 请问该商场共有哪几种进货方案?

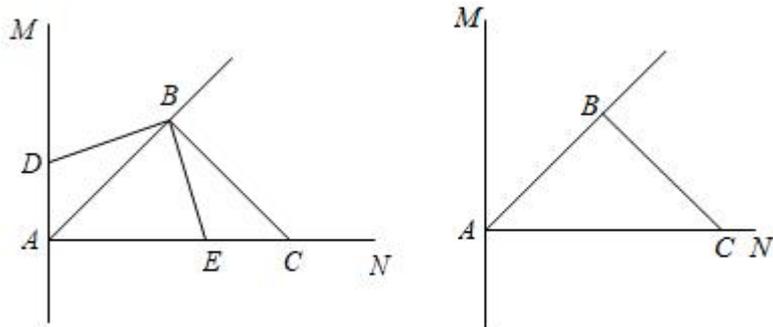
(3) 根据往年销售情况, 商场计划在“双11”当天将现有的甲、乙两种商品共46件按(2)中的售价全部售完. 但因受拉尼娜现象形成的冷空气持续影响, 两种商品的实际销售利润总和为1220元. 那么, “双11”当天商场至少卖出乙种商品多少件?

26. (10分) 如图, 直线 $AM \perp AN$, AB 平分 $\angle MAN$; $BC \perp BA$ 动点 E 、 D 同时从 A 点出发, 其中动点 E 以 $2cm/s$ 的速度沿射线 AN 方向运动, 点 D 以 $1cm/s$ 的速度沿射线 AM 方向运动; 已知 $AC=6cm$, 设动点 D 、 E 运动时间为 t .

(1) 试求 $\angle ACB$ 的度数;

(2) 若 $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle BEC} = 2 : 3$, 试求动点 D 、 E 的运动时间 t 的值;

(3) 试问当动点 D 、 E 在运动过程中, 是否存在某个时间 t , 使得 $\triangle ADB$ 与 $\triangle BEC$ 全等; 若存在, 请求出时间 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



备用图

2023-2024 学年广西南宁八年级（上）开学数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1.D 2.C 3.A 4.B 5.A 6.A 7.A 8.D 9.B 10.A 11.A 12.D

12.（3 分）已知 $\sqrt{1}=1$ ， $\sqrt{1+3}=2$ ， $\sqrt{1+3+5}$ ， $\sqrt{1+3+5+7}=4\cdots$ ，依上述规律，
 $\sqrt{1+3+5+7+\cdots+2013+2015}=(\quad)$

A. 2013 B. 2015 C. 1007 D. 1008

【分析】根据式子得出 $1=\frac{1+1}{2}$ ， $2=\frac{3+1}{2}$ ， $3=\frac{5+1}{2}$ ， $4=\frac{7+1}{2}$ ，即可得出答案.

【解答】解： $\sqrt{1+3+5+7+\cdots+2013+2015}=\frac{2015+1}{2}=1008$ ，

故选：D.

【点评】本题考查了算术平方根定义的应用，解此题的关键是能根据算术得出规律，难度适中.

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分）

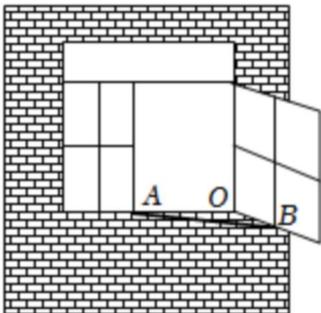
13.（2 分）81 的平方根是 ± 9 .

【分析】直接根据平方根的定义填空即可.

【解答】解： $\because (\pm 9)^2=81$ ，

$\therefore 81$ 的平方根是 ± 9 .

14.（2 分）如图，窗户打开后，用窗钩 AB 可将其固定，窗户摆动把玻璃打碎，这里所运用的几何原理是 三角形具有稳定性.



15.（2 分）在平面直角坐标系中，点 A (3, a)，点 B (7, 5)，则 $a=\underline{5}$.

【分析】根据平行于 x 轴的直线上的点纵坐标相同求解即可.

【解答】解： \because 点 A (3, a) B (7, 5) 所在直线平行于 x 轴，

$$\therefore a=5,$$

故答案为：5.

16. (2分) 一个 n 边形的每一个内角都是 140° ，则 n 等于 9.

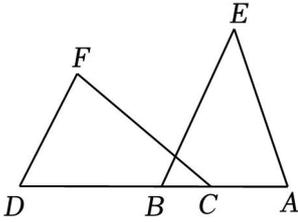
【分析】根据多边形的内角就可求得外角，根据多边形的外角和是 360° ，即可求得外角的个数，即多边形的边数.

【解答】解：多边形的每个外角是： $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ ，

$$\therefore n = \frac{360}{40} = 9.$$

故答案为：9.

17. (2分) 如图，点 A, C, B, D 在同一条直线上， $\angle A = \angle F$ ， $AB = FD$. 若 $\angle FCD = 30^\circ$ ，则 $\angle DBE$ 的度数为 110°.



【分析】根据 $BE \parallel DF$ ，可得 $\angle ABE = \angle D$ ，再利用 ASA 求证 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FDC$ 全等即可.

【解答】解： $\because BE \parallel DF$ ，

$$\therefore \angle ABE = \angle D,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FDC$ 中，

$$\begin{cases} \angle F = \angle A \\ DF = AB \\ \angle D = \angle ABE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FDC \text{ (ASA)},$$

$$\therefore \angle E = \angle FCD = 30^\circ$$

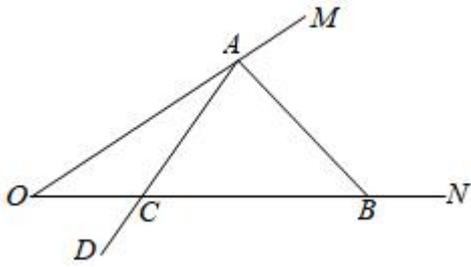
$$\therefore \angle DBE = \angle E + \angle A = 30^\circ + 80^\circ = 110^\circ.$$

故答案为：110.

【点评】此题主要考查全等三角形的判定与性质、平行线的性质，掌握其性质定理是解决此题的关键.

18. (2分) 在一个三角形中，如果一个角是另一个角的3倍，这样的三角形我们称之为“灵动三角形”. 例如， 40° ， 20° 的三角形是“灵动三角形”. 如图 $\angle MON = 40^\circ$ ，过点 A 作 $AB \perp OM$ 交 ON 于点 B ，以 A 为端点作射线 AD (规定 $0^\circ < \angle OAC < 60^\circ$). 当 $\triangle ABC$

为“灵动三角形”时， $\angle OAC$ 的度数为 57.5° .



【分析】由 $\angle MON=40^\circ$ ， $AB \perp OM$ ，利用三角形的内角和定理可求得 $\angle ABC=50^\circ$ ，结合“灵动三角形”的定义可分两种情况进行解答，即当 $\angle ACB=3\angle ABC$ ，或 $\angle ACB=3\angle CAB$ 时，根据三角形的内角和定理以及互为余角可得答案.

【解答】解： $\because AB \perp OM$ ，

$$\therefore \angle OAB=90^\circ \text{ ,}$$

$$\because \angle MON=40^\circ \text{ ,}$$

$$\therefore \angle ABC=90^\circ - 40^\circ =50^\circ \text{ ,}$$

当 $\triangle ABC$ 为“灵动三角形”时，

①当 $\angle ACB=3\angle ABC$ 时，

$$\angle ACB=3 \times 50^\circ =150^\circ \text{ ,}$$

$$\therefore \angle OAC=150^\circ - \angle O=150^\circ - 40^\circ =110^\circ \text{ (不合题意舍去),}$$

②当 $\angle ACB=2\angle CAB$ 时，

$$4\angle CAB+50^\circ =180^\circ \text{ ,}$$

$$\therefore \angle CAB=32.5^\circ \text{ ,}$$

$$\therefore \angle OAC=90^\circ - \angle CAB=57.5^\circ \text{ ,}$$

综上， $\angle OAC=57.5^\circ$.

故答案为：57.5° .

【点评】本题考查三角形的内角和，属于新定义题型，掌握三角形内角和是 180° 是解决问题的前提，理解“灵动三角形”是正确解答的关键.

三、解答题（本大题共 8 小题，共 72 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19.（6分）计算： $|1 - \sqrt{3}| - \sqrt{9} + \sqrt[3]{-8}$.

【分析】直接利用立方根以及算术平方根的定义化简进而得出答案.

【解答】解：原式= $\sqrt{3} - 1 - 3 - 2$

$$=\sqrt{3}-6.$$

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

20. (6分) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x-1 < 3 \\ \frac{x+1}{2}-x \leq 0 \end{cases}$$
 并把它的解集在数轴上表示出来.

【分析】分别求出每个不等式的解，再求不等式的公共部分，即为解集，画出数轴.

【解答】解:
$$\begin{cases} 2x-1 < 3 \\ \frac{x+1}{2}-x \leq 0 \end{cases},$$

由①得 $2x < 4$,

$x < 2$;

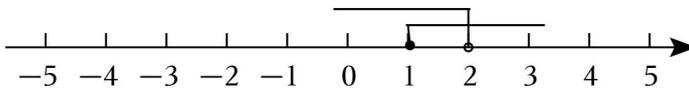
由②得 $x+1-2x \leq 0$,

$-x \leq -1$,

$x \geq 1$.

所以，原不等式组的解集是 $1 \leq x < 2$.

在数轴上表示为:

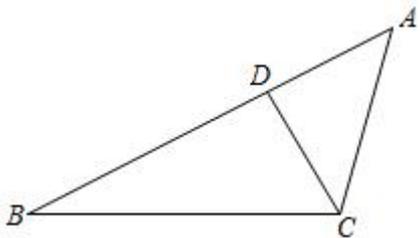


【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”是解题的关键.

21. (10分) 如图，点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上，且 $\angle ACD = \angle A$.

(1) 作 $\angle BDC$ 的平分线 DE ，交 BC 于点 E . (要求：尺规作图，保留作图痕迹，但不必写出作法);

(2) 在 (1) 的条件下，求证: $DE \parallel AC$.



【分析】(1) 利用基本作图 (作已知角的平分线) 作 $\angle BDC$ 的平分线 DE ;

(2) 先根据角平分线的定义得到 $\angle BDE = \angle CDE$ ，再利用三角形外角性质得 $\angle BDC = \angle A + \angle ACD$ ，加上 $\angle ACD = \angle A$ ，则 $\angle BDE = \angle A$ ，然后根据平行线的判定方法可判断 DE

// BC.

【解答】解：（1）如图，DE 为所作；

（2）DE//AC. 理由如下：

∵ DE 平分 ∠BDC，

∴ ∠BDE = ∠CDE，

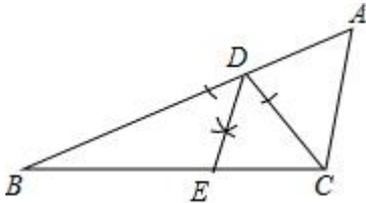
而 ∠BDC = ∠A + ∠ACD，

即 ∠BDE + ∠CDE = ∠A + ∠ACD，

∵ ∠ACD = ∠A，

∴ ∠BDE = ∠A，

∴ DE // BC.

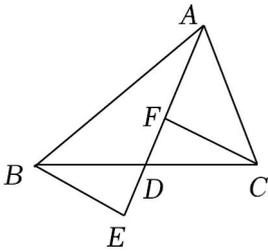


【点评】本题考查了平行线的判定，基本作图：熟练掌握基本作图（作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作已知线段的垂直平分线；作已知角的角平分线；过一点作已知直线的垂线）。

22. （10分）如图，△ABC 中，AD 是 BC 边上的中线，E，连接 BE，CF

（1）求证：△BDE ≌ △CDF；

（2）若 AE = 13，AF = 7，试求 DE 的长。



【分析】（1）利用中点性质可得 $BD = CD$ ，由平行线性质可得 $\angle DBE = \angle DCF$ ，再由对顶角相等可得 $\angle BDE = \angle CDF$ ，即可证得结论；

（2）由题意可得 $EF = AE - AF = 6$ ，再由全等三角形性质可得 $DE = DF$ ，即可求得答案。

【解答】（1）证明：∵ AD 是 BC 边上的中线，

∴ $BD = CD$ ，

∵ $BE \parallel CF$ ，

$$\therefore \angle DBE = \angle DCF,$$

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle DBE = \angle DCF \\ BD = CD \\ \angle BDE = \angle CDF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDF \text{ (ASA)};$$

$$(2) \text{ 解: } \because AE = 13, AF = 7,$$

$$\therefore EF = AE - AF = 13 - 7 = 3,$$

$$\because \triangle BDE \cong \triangle CDF,$$

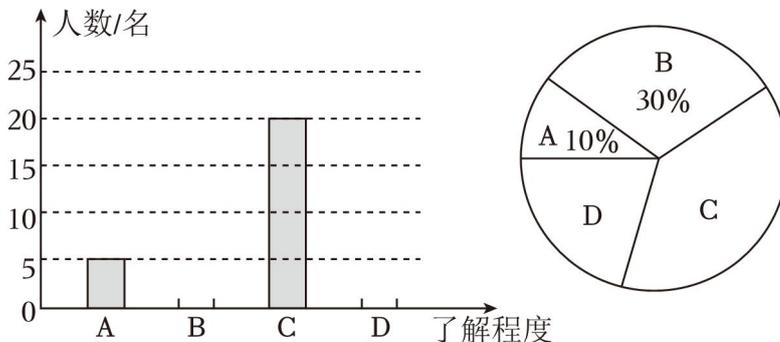
$$\therefore DE = DF,$$

$$\because DE + DF = EF = 6,$$

$$\therefore DE = 3.$$

【点评】 本题考查了全等三角形的判定和性质，难度较小，熟练掌握全等三角形的判定和性质是解题关键。

23. (10分) 为促进体育教育，提高学生身体素质，某校针对学生对体育知识的了解程度进行了一次抽样调查统计；A. 不了解；B. 一般了解；C. 了解较多，D. 熟悉；绘制了如下两幅不完整的统计图。请你根据图中提供的信息回答以下问题：



- (1) 这次被调查的学生共有多少名？
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 求出扇形统计图中“了解较多”部分所对应的圆心角度数；
- (4) 该中学初中共有 1200 名学生，估计对体育知识了解程度为“熟悉”的学生大约有多少。

【分析】 (1) 从两个统计图中可知，了解程度“A 不了解”的有 5 人，占调查人数的 10%，

根据频率 = $\frac{\text{频数}}{\text{总数}}$ 即可求出调查人数；

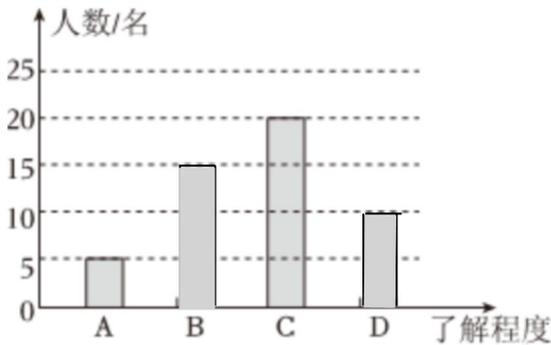
- (2) 求出了解程度“B 一般了解”“D 熟悉”的人数即可补全条形统计图；
- (3) 求出“C 了解较多”所占的百分比，即可求出相应的圆心角度数；
- (4) 求出“D 熟悉”所占的百分比，即可估计总体中“D 熟悉”所占的百分比，进而求出相应的人数。

【解答】解：(1) 调查的学生为 $5 \div 10\% = 50$ (名)。

(2) “一般了解”的学生有 $50 \times 30\% = 15$ (名)，

“熟悉”的学生有 $50 - 5 - 15 - 20 = 10$ (名)。

补全条形统计图如图。



(3) “了解较多”部分所对应的圆心角度数为 $360^\circ \times \frac{20}{50} = 144^\circ$ 。

(4) $1200 \times \frac{10}{50} = 240$ (名)，

答：估计对体育知识了解程度为“熟悉”的学生大约有 240 人。

【点评】 本题考查条形统计图、扇形统计图，了解两个统计图中数量之间的关系是解决问题的前提，掌握频率 = $\frac{\text{频数}}{\text{总数}}$ 是正确计算的关键。

24. (10 分) 我们在小学已经学习了“三角形内角和等于 180° ”。在三角形纸片中，点 D ， E 分别在边 AC ，将 $\angle C$ 沿 DE 折叠，点 C 落在点 C' 的位置。

(1) 如图 1，当点 C 落在边 BC 上时，若 $\angle ADC' = 58^\circ$ $\angle C =$ _____，可以发现 $\angle ADC'$ 与 $\angle C$ 的数量关系是 _____；

(2) 如图 2，当点 C 落在 $\triangle ABC$ 内部时， $\angle ADC' = 20^\circ$ 且 $\angle BEC' = 42^\circ$ ，求 $\angle C$ 的度数；

(3) 如图 3，当点 C 落在 $\triangle ABC$ 外部时，若设 $\angle BEC'$ 的度数为 x ， $\angle ADC'$ 的度数为 y ；请求出 $\angle C$ 与 x ， y 之间的数量关系。

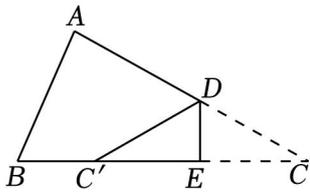


图1

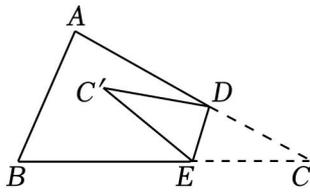


图2

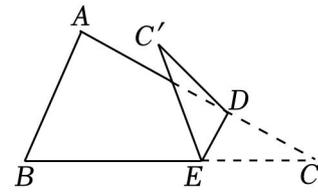


图3

【解答】解：(1) $\because \angle ADC' = 58^\circ$,

$$\therefore \angle CDC' = 180^\circ - \angle ADC' = 122^\circ ,$$

由折叠得：

$$\angle CDE = \angle C' DE = \frac{1}{2} \angle CDC' = 61^\circ \quad \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle EDC - \angle DEC = 29^\circ ,$$

$$\therefore \angle ADC' \text{与} \angle C \text{的数量关系: } \angle ADC' = 2\angle C.$$

故答案为： 29° , $\angle ADC' = 2\angle C$;

$$(2) \because \angle BEC' = 42^\circ , \angle ADC' = 20^\circ ,$$

$$\therefore \angle CEC' = 180^\circ - \angle BEC' = 138^\circ , \angle CDC' = 180^\circ - \angle ADC' = 160^\circ ,$$

由折叠得：

$$\angle CDE = \angle C' DE = \frac{1}{2} \angle CDC' = 80^\circ \quad \frac{1}{2} \angle CEC' = 69^\circ ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle EDC - \angle DEC = 31^\circ ,$$

$$\therefore \angle C \text{的度数为} 31^\circ ;$$

(3) 如图：

$$\because \angle BEC' = x , \angle ADC' = y ,$$

$$\therefore \angle CEC' = 180^\circ - x , \angle 1 = 180^\circ + \angle ADC' = 180^\circ + y ,$$

由折叠得：

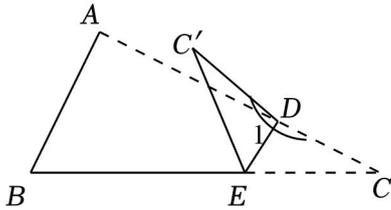
$$\angle CDE = \angle C' DE = \frac{1}{2} \angle 1 = 90^\circ + \frac{1}{2}y , \quad \angle DEC = \angle DEC' = \frac{1}{2} \angle CEC' = 90^\circ - \frac{1}{2}x ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle EDC - \angle DEC$$

$$= 180^\circ - (90^\circ + \frac{1}{2}y) - (90^\circ - \frac{1}{2}x)$$

$$= \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y ,$$

$$\therefore \angle C \text{与} x , y \text{之间的数量关系: } \angle C = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y .$$



【点评】 本题考查了三角形内角和定理，熟练掌握三角形内角和定理，以及折叠的性质是解题的关键.

25. (10分) 某商场在“双11”前准备从供货商家处新选购一批商品，已知按进价购进1件甲种商品和2件乙种商品共需320元，购进3件甲种商品和2件乙种商品共需520元.

(1) 求甲、乙两种商品每件的进价分别是多少元？

(2) 若甲种商品的售价为每件120元，乙种商品的售价为每件140元，该商场准备购进甲、乙两种商品共50件，不高于1375元. 若购进甲种商品 m 件，请问该商场共有哪几种进货方案？

(3) 根据往年销售情况，商场计划在“双11”当天将现有的甲、乙两种商品共46件按(2)中的售价全部售完. 但因受拉尼娜现象形成的冷空气持续影响，两种商品的实际销售利润总和为1220元. 那么，“双11”当天商场至少卖出乙种商品多少件？

【解答】 解：(1) 设甲商品的进价为每件 x 元，乙商品的进价为每件 y 元，

$$\text{根据题意得：} \begin{cases} x+2y=320, \\ 3x+3y=520, \end{cases} \text{解得：} \begin{cases} x=100, \\ y=110, \end{cases}$$

答：甲商品的进价为每件100元，乙商品的进价为每件110元.

(2) 由题意得： $1350 \leq (120 - 100)m + (140 - 110)(50 - m) \leq 1375$,

解得： $12.5 \leq m \leq 15$,

$\because m$ 为正整数，

$\therefore m = 13, 14, 15$,

\therefore 共有三种方案：

方案1：购进甲种商品13件，乙种商品37件，

方案2：购进甲种商品14件，乙种商品36件；

方案3：购进甲种商品15件，乙种商品35件.

(3) 设“双11”当天商场卖出甲种商品 a 件，乙种商品 b 件，

$\therefore (120 - 100)a + (140 - 110)b = 1220$ ，即 $2a + 4b = 122$ ，

$$\therefore a = 61 - \frac{3}{2}b,$$

又 $\because a+b < 46$,

$$\therefore 61 - \frac{3}{2}b + b < 46, \text{ 即 } b > 30,$$

$\because a, b$ 为正整数,

\therefore 当 $b=31$ 时, $a=14.5$;

当 $b=32$ 时, $a=13$,

\therefore “双 11” 当天商场至少卖出乙种商品 32 件.

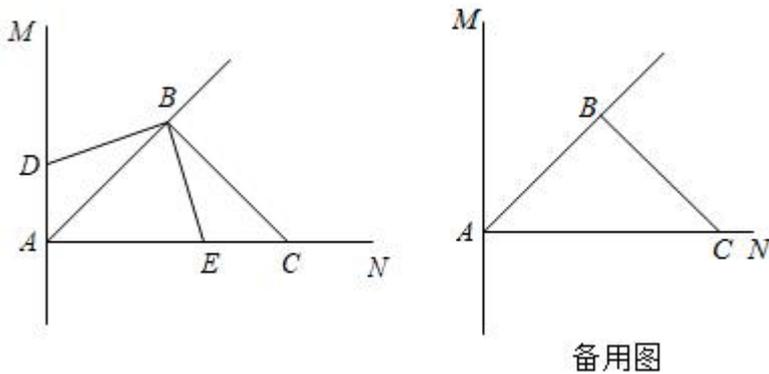
26. (10 分) 如图, 直线 $AM \perp AN$, AB 平分 $\angle MAN$; $BC \perp BA$ 动点 E, D 同时从 A 点出发, 其中动点 E 以 2cm/s 的速度沿射线 AN 方向运动, 点 D 以 1cm/s 的速度沿射线 AM 方向运动; 已知 $AC=6\text{cm}$, 设动点 D, E 运动时间为 t .

(1) 试求 $\angle ACB$ 的度数;

(2) 若 $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle BEC} = 2 : 3$, 试求动点 D, E 的运动时间 t 的值;

(3) 试问当动点 D, E 在运动过程中, 是否存在某个时间 t , 使得 $\triangle ADB$ 与 $\triangle BEC$ 全等;

若存在, 请求出时间 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



【解答】 解: (1) $\because AM \perp AN$, AB 平分 $\angle MAN$,

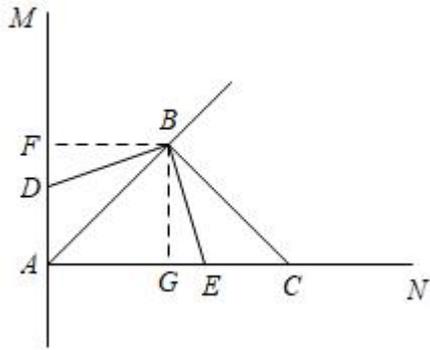
$$\therefore \angle BAC = 45^\circ,$$

$\because BC \perp BA$,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 45^\circ;$$

(2) 作 $BF \perp AM$, $BG \perp AC$,



$$\because S_{\triangle ABD} : S_{\triangle BEC} = 2 : 3,$$

$$\therefore AD : CE = 2 : 3,$$

当 E 点在 C 点左侧时,

$$\because AD = t, CE = 6 - 2t,$$

$$3t = 2(3 - 2t),$$

$$\text{解得: } t = \frac{12}{7} \text{ s};$$

当 E 点在 C 点右侧时, $CE = 2t - 6$,

$$\therefore 3t = 2(2t - 6), \text{ 解得 } t = 12.$$

$$(3) \because AB = BC, \angle BAM = \angle BCA = 45^\circ,$$

\therefore 当 $AD = CE$ 时, $\triangle ADB \cong \triangle BEC$ (SAS),

即 $6 - 2t = t$, 或 $2t - 6 = t$,

解得: $t = 2$ 或 6 (舍去),

答: $t = 2$, $\triangle ADB \cong \triangle BEC$.

【点评】 本题考查了全等三角形的判定, 考查了全等三角形对应边相等的性质, 本题中找出求证 $\triangle ADB \cong \triangle BEC$ 的条件是解题的关键.